

Analisis Sensitivitas Parameter Rangkaian RLC Menggunakan Runge-Kutta Adaptif untuk Akurasi Numerik Optimal

David Eka Putra¹, Reski Yulian Fauzan², Amran Paso Salmeno³

¹Prodi Teknik Elektronika Industri, Jurusan Elektro, Politeknik Negeri Padang

^{2,3}Prodi Teknik Telekomunikasi, Jurusan Elektro, Politeknik Negeri Padang

davidekaputra@pnp.ac.id reskiyulian@pnp.ac.id amrangepaso@pnp.ac.id

Abstract

This study aims to evaluate the numerical performance and sensitivity parameter of a series RLC circuit by using the adaptive Runge–Kutta–Fehlberg (RKF45) method. The system is formulated as a second-order ordinary differential equation that numerically integrated by using RKF45 with local error control then compared with the fixed-step fourth-order Runge–Kutta (RK4) method. The analytical validation of the steady-state based on circuit impedance shows that RKF45 achieves high accuracy with a $RMSE \approx 1.39 \times 10^{-4}$ while requiring 40% fewer integration steps than RK4. Sensitivity analysis is using normalized sensitivity coefficients reveals that inductance is the most dominant parameter in influencing oscillatory dynamics, followed by capacitance, whereas resistance mainly affects the damping. These findings provide a practical contribution to adaptive numerical model approaches for dynamic electronic systems particularly in analyzing the passive components which under tolerance parameter. Future research may extend this approach to nonlinear circuit models or global sensitivity methods to assess parameter uncertainties under various operating conditions.

Keywords: RLC circuit, adaptive Runge-Kutta, RKF45, simulasi numerik, parameter sensitivitas

Abstrak

Penelitian ini bertujuan mengevaluasi performa numerik dan sensitivitas parameter rangkaian RLC seri menggunakan metode Runge–Kutta–Fehlberg (RKF45) adaptif. Model matematis rangkaian dituliskan sebagai persamaan diferensial orde dua dan diselesaikan secara numerik menggunakan RKF45 dengan kontrol galat lokal, kemudian dibandingkan dengan metode Runge–Kutta orde empat (RK4) berlangkah tetap. Validasi terhadap solusi analitik keadaan tunak (*steady-state*) menunjukkan bahwa RKF45 menghasilkan akurasi tinggi dengan nilai $RMSE \approx 1.39 \times 10^{-4}$ dan mampu mengurangi jumlah langkah integrasi 40% dibandingkan RK4. Analisis sensitivitas berbasis koefisien sensitivitas ternormalisasi menunjukkan bahwa induktansi merupakan parameter paling dominan terhadap dinamika osilasi, diikuti oleh kapasitansi, sedangkan resistansi terutama memengaruhi tingkat redaman. Temuan ini memberikan kontribusi nyata pada pengembangan metode pemodelan numerik adaptif untuk sistem elektronika dinamis, khususnya pada analisis komponen pasif yang dipengaruhi toleransi nilai. Penelitian selanjutnya dapat mengintegrasikan model rangkaian nonlinier atau analisis sensitivitas berbasis *global sensitivity* untuk mempelajari ketidakpastian parameter pada berbagai kondisi operasional.

Kata kunci: rangkaian RLC, Runge–Kutta adaptif, RKF45, simulasi numerik, analisis sensitivitas.

© 2025 Author
Creative Commons Attribution 4.0 International License



1. Pendahuluan

Salah satu sistem dinamik orde dua yang paling fundamental dalam rekayasa listrik dan elektronika adalah rangkaian resistor-induktor-kapasitor, atau disebut dengan rangkaian RLC. Model ini secara luas digunakan untuk merepresentasikan sistem osilatori linier dalam berbagai aplikasi, seperti instrumentasi medis [1], sistem komunikasi [2], serta perancangan filter sinyal dan sensor impedansi [3]. Analisis pada respon transien dan keadaan tunak (*steady state*) dari rangkaian RLC menjadi dasar dalam memahami fenomena osilasi [4], resonansi, dan redaman, serta banyak dimanfaatkan dalam pembelajaran dan perancangan sistem kontrol berbasis sinyal periodik [5]. Penerapan metode kendali seperti *PID control* mampu mengurangi *overshoot* dan galat keadaan tunak pada sistem osilatori berbasis RLC, namun model linear RLC memiliki keterbatasan saat menghadapi dinamika nonlinier dan ketidakpastian parameter [6].

Persamaan diferensial biasa (PDB) orde dua dapat menjelaskan perlakuan dinamik rangkaian RLC yang diturunkan melalui hukum Tegangan Kirchhoff (KVL). Dalam kondisi sederhana, solusi atau penyelesaiannya dari PDB dapat diperoleh secara analitik melalui metode transformasi *Laplace* [7] atau persamaan karakteristik [8]. Namun, pada kondisi eksitasi kompleks dan parameter bervariasi, solusi analitik menjadi sulit diperoleh, sehingga pendekatan numerik menjadi alternatif utama [9].

Berbagai metode numerik eksplisit seperti *Euler*, *Heun*, dan *Runge–Kutta* orde empat (RK4) telah banyak digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial biasa (PDB) dalam analisis rangkaian listrik. Penelitian terdahulu menunjukkan bahwa metode *Euler* menghasilkan galat besar dan ketidakstabilan fase pada respon osilasi, sedangkan metode *Heun* meningkatkan akurasi dengan kompleksitas perhitungan yang masih moderat. Metode RK4, di sisi lain, memberikan keseimbangan terbaik antara ketelitian dan stabilitas numerik dalam mensimulasikan respon transien maupun keadaan tunak [10]. Evaluasi komparatif ini mempertegas bahwa semakin tinggi orde metode perhitungan, semakin baik keakuratan hasilnya, meskipun meningkatnya beban komputasi [11].

Selain pendekatan eksplisit tersebut, sejumlah penelitian telah mengembangkan metode hibrid analitik–numerik untuk memperluas akurasi dan jangkauan analisis sistem linier. Integrasi antara transformasi Laplace dan metode numerik berbasis RK4 terbukti efektif dalam mengevaluasi karakteristik filter RLC, baik pada domain waktu maupun frekuensi [12]. Pendekatan ini memungkinkan perhitungan parameter penting seperti frekuensi resonansi, lebar pita, dan faktor kualitas (*Q-factor*), serta menunjukkan kemampuan metode numerik dalam melihat perilaku sistem yang sulit terselesaikan secara analitik.

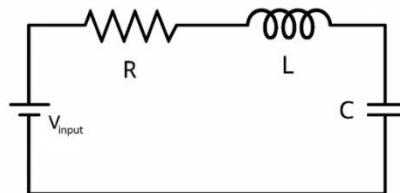
Namun, sebagian besar penelitian terdahulu masih mengasumsikan bahwa parameter rangkaian bersifat konstan dan ukuran langkah integrasi (*step size*) tetap. Dalam kondisi nyata, nilai R, L, dan C dapat berubah akibat toleransi komponen, variasi suhu, atau efek frekuensi [13]. Variasi tersebut dapat mengubah karakteristik utama sistem, seperti frekuensi alami (ω_0), rasio redaman (ζ), serta kestabilan osilasi. Sementara itu, penggunaan langkah tetap pada proses integrasi sering kali menyebabkan dua permasalahan utama, yaitu ukuran langkah besar memicu *phase lag* dan distorsi amplitudo, sedangkan langkah kecil meningkatkan waktu komputasi tanpa peningkatan akurasi yang signifikan [12]. Permasalahan inilah yang menimbulkan kebutuhan akan pendekatan numerik yang dapat menyesuaikan ukuran langkah secara adaptif terhadap dinamika sistem.

Berdasarkan latar belakang tersebut, penelitian ini mengusulkan penerapan metode *Runge-Kutta* adaptif dengan ukuran langkah variabel (Adaptive Step-Size RKF45) untuk melakukan analisis sensitivitas parameter pada rangkaian RLC. Pendekatan ini mengatur ukuran langkah integrasi secara otomatis berdasarkan estimasi kesalahan lokal (*local truncation error*), sehingga mampu mempertahankan ketelitian tinggi saat sistem mengalami perubahan cepat sekaligus menghemat waktu komputasi pada kondisi tunak.

Secara konseptual, penelitian ini mengisi kesenjangan antara kajian stabilitas numerik dan dinamika parameter rangkaian dengan menghadirkan model integrasi yang adaptif dan efisien. Tujuan utamanya adalah meningkatkan akurasi dan stabilitas numerik dalam simulasi rangkaian RLC melalui metode *Runge-Kutta* adaptif, sekaligus mengidentifikasi sensitivitas parameter R, L, dan C terhadap karakteristik respon sistem. Dengan demikian, penelitian ini berkontribusi pada pengembangan metodologi pemodelan numerik yang lebih presisi dan fleksibel untuk aplikasi dalam bidang elektronika dan sistem dinamik linier.

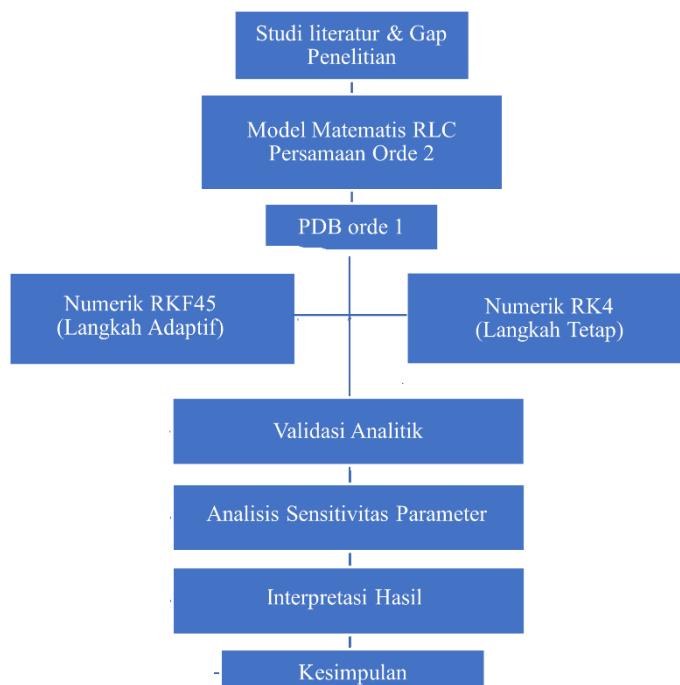
2. Metode Penelitian

Penelitian ini bersifat komputasional dengan pendekatan simulasi numerik untuk menganalisis sensitivitas parameter pada rangkaian RLC terhadap perubahan nilai resistor (R), induktansi (L), dan kapasitansi (C) seperti pada Gambar 1 di bawah. Analisis dilakukan melalui penyelesaian persamaan diferensial orde dua menggunakan metode *Runge-Kutta-Fehlberg* (RKF45) dengan ukuran langkah adaptif.



Gambar 1. Rangkaian RLC seri sederhana

Metode RKF45 dipilih karena mampu menyeimbangkan akurasi tinggi dan efisiensi waktu komputasi, terutama pada sistem osilatori yang bersifat *stiff* atau memiliki perubahan gradien cepat [14]. Mekanisme adaptivitasnya didasarkan pada perbandingan solusi orde keempat dan kelima untuk setiap langkah integrasi, di mana perbedaan keduanya digunakan untuk mengestimasi galat lokal dan menyesuaikan ukuran langkah berikutnya. Secara ringkas, alur penelitian ditunjukkan pada Gambar 2, yang menggambarkan tahapan mulai dari formulasi model matematis, penerapan metode numerik, validasi terhadap solusi analitik, hingga analisis sensitivitas parameter.



Gambar 2. Diagram alur tahapan penelitian

2.1. Model Matematis Rangkaian RLC

Model dasar yang digunakan adalah rangkaian RLC seri dengan sumber tegangan sinusoidal berikut ini:

$$V(t) = L \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t) \quad (1)$$

dengan $V(t) = V_0 \sin \omega t$, dimana $i(t)$ menyatakan arus listrik (A), V_0 adalah amplitudo tegangan (V), $\omega = 2\pi f$ adalah frekuensi sudut, dan f adalah frekuensi sumber (Hz). Untuk menyelesaikan persamaan (1) secara numerik, sistem diubah menjadi dua PDB orde satu dengan substitusi variabel:

$$y_1 = i(t), \quad y_2 = \frac{di(t)}{dt}, \quad (2)$$

Sehingga diperoleh sistem:

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = y_2 \\ \frac{dy_2}{dt} = \frac{1}{L} \left(V_0 \omega \cos \omega t - Ry_2 - \frac{1}{C} y_1 \right) \end{cases} \quad (3)$$

Formulasi ini identik dengan model analisis transien yang banyak digunakan pada kajian numerik rangkaian listrik [10].

2.2. Metode Runge-Kutta Adaptif (RKF45)

Metode RKF45 menggunakan dua formula *Runge-Kutta* dengan orde ke-4 dan ke-5 secara simultan untuk mengestimasi kesalahan lokal (*local truncation error*). Estimasi galat ini digunakan untuk mengatur ukuran langkah waktu (h) secara otomatis, sesuai dengan:

$$h_{baru} = h \times \left(\frac{\varepsilon}{error} \right)^{1/4} \quad (4)$$

dengan $rtol = 10^{-4}$ sebagai batas toleransi kesalahan lokal. Jika nilai galat lebih besar dari ε , maka langkah tersebut diulang dengan h yang lebih kecil. Proses ini memastikan kestabilan numerik tetap terjaga, terutama ketika sistem berada pada fase osilasi cepat [12].

Pseudokode perhitungan satu iterasi RKF45 secara umum dapat dituliskan sebagai berikut:

```

Algorithm RKF45_Adaptive_RLC
Input: t0, tf, y1(0), y2(0), h0, ε, parameters (R, L, C, V0, ω)
Output: current i(t)

1. Initialize:
   t ← t0
   y1 ← i(t0)
   y2 ← di/dt(t0)
   h ← h0
   ε ← 1×10-6 // local error tolerance

2. While t < tf do
   // Compute k1 to k6 based on RLC equations
   k1 = f(t, y1, y2)
   k2 = f(t + h/4, y1 + h*k1/4, ...)
   k3 = f(t + 3h/8, ...)
   k4 = f(t + 12h/13, ...)
   k5 = f(t + h, ...)
   k6 = f(t + h/2, ...)

   // Estimate 4th- and 5th-order solutions
   y4 = y + h*(25k1/216 + 1408k3/2565 + 2197k4/4104 - k5/5)
   y5 = y + h*(16k1/135 + 6656k3/12825 + 28561k4/56430 - 9k5/50 + 2k6/55)

   // Compute local truncation error
   error = |y5 - y4|

   // Step-size control
   If error ≤ ε then
      accept step:
      y ← y5
      t ← t + h
   Else
      reject step and recompute

   // Update adaptive step size
   h ← h × (ε / error)(1/4)

3. End While

```

Return: time array t and current i(t)

Algoritma di atas merepresentasikan mekanisme adaptivitas metode RKF45 yang digunakan untuk menyelesaikan sistem diferensial RLC. Estimasi galat lokal dari perbandingan orde-4 dan orde-5 digunakan untuk menyesuaikan ukuran langkah secara dinamis, sehingga diperoleh keseimbangan antara akurasi dan efisiensi komputasi.

2.3. Konfigurasi Simulasi

Simulasi dilakukan pada sistem rangkaian RLC seri dengan parameter dasar sebagaimana pada Tabel 1 berikut ini:

Tabel 1. Parameter Simulasi Numerik Rangkaian RLC seri

Parameter	Simbol	Nilai Dasar	Rentang Uji (±10%)
Resistor	R	10 Ω	9 – 11 Ω
Induktansi	L	100 mH	90 – 110 mH
Kapasitansi	C	100 μF	90 – 110 μF
Tegangan input	V_0	10 V	-

Frekuensi sumber	f	1 kHz	-
Toleransi kesalahan	$rtol$	$10^{-4}, 10^{-6}$	

Rentang variasi parameter ditentukan untuk mengevaluasi sensitivitas sistem terhadap perubahan $\pm 10\%$ dari nilai dasar, dengan satu variabel divariasikan setiap kali (metode satu faktor berubah-lain tetap). Respon arus $i(t)$ dihitung pada interval waktu $0 \leq t \leq 0,01$ detik dengan kondisi awal $i(0) = 0$ dan $\frac{di(0)}{dt} = 0$.

Hasil simulasi dibandingkan dengan solusi referensi berbasis Laplace transform untuk mengukur deviasi numerik. Evaluasi performa dilakukan dengan menghitung *Root Mean Square Error* (RMSE) terhadap solusi referensi dan jumlah langkah integrasi efektif untuk menilai efisiensi waktu komputasi.

2.4. Analisis Data

Data hasil simulasi yang diperoleh mencakup respon arus terhadap variasi parameter rangkaian, perubahan frekuensi osilasi dan tingkat redaman akibat perubahan nilai resistor, induktansi, dan kapasitansi, serta performa metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF45) adaptif dibandingkan dengan metode Runge-Kutta orde empat (RK4) berlangkah tetap, terutama dalam hal tingkat kesalahan kuadrat rata-rata (*Root Mean Square Error*, RMSE) dan waktu komputasi. Analisis sensitivitas dilakukan dengan pendekatan kuantitatif menggunakan koefisien sensitivitas ternormalisasi [15], yang secara matematis didefinisikan sebagai

$$S_p = \frac{\partial i(t)}{\partial p} \times \frac{p}{i(t)} \quad (5)$$

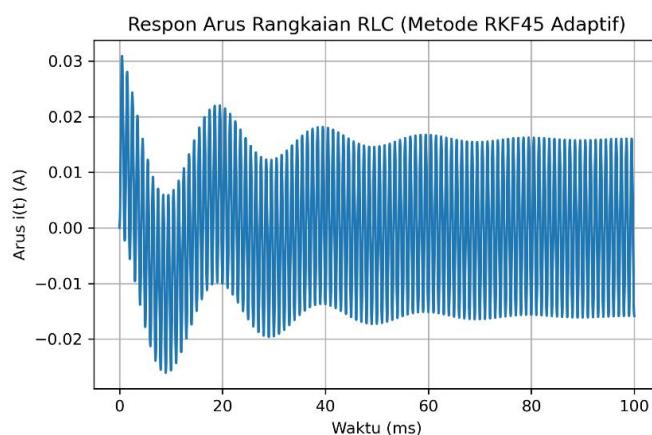
dengan p mewakili parameter R , L , dan C . dalam konteks rangkaian RLC. Nilai S_p menunjukkan besarnya pengaruh perubahan relatif suatu parameter terhadap respon arus rangkaian. Koefisien ini dihitung secara numerik berdasarkan hasil simulasi dan divisualisasikan dalam bentuk peta sensitivitas untuk mengidentifikasi parameter yang paling dominan memengaruhi dinamika sistem. Melalui pendekatan ini, dapat diperoleh pemahaman kuantitatif mengenai peran tiap komponen terhadap kestabilan dan karakteristik osilasi rangkaian, sekaligus menjadi dasar untuk mengevaluasi efisiensi metode RKF45 dalam menjaga akurasi dan kestabilan numerik selama proses integrasi.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Validasi Model dan Respon Dasar Rangkaian

Simulasi awal dilakukan berdasarkan parameter dasar pada Tabel 1 diatas, dengan $R = 10 \Omega$, $L = 100 \text{ mH}$, dan $C = 100 \mu\text{F}$ dengan sumber sinusoidal 10 V pada frekuensi 1 kHz. Solusi numerik diperoleh menggunakan skema RKF45 bertoleransi $rtol = 10^{-4}$ dan $atol = 10^{-6}$. Validasi ini adalah memastikan bahwa solusi numerik mampu merepresentasikan perilaku dinamis rangkaian dengan akurasi tinggi, baik pada fase transien maupun fase keadaan tunak.

Gambar 3. menunjukkan respon arus $i(t)$ untuk interval waktu 0–0,1 s. Pada fase awal (0–100 ms), arus mengalami kenaikan cepat akibat energi yang tersimpan pada induktor dan kapasitor masih berada pada kondisi awal ($i(0) = 0$, $di/dt(0) = 0$). Setelah itu, sistem mulai menunjukkan pola osilasi teredam yang secara bertahap menuju keadaan tunak. Fenomena ini konsisten dengan karakteristik rangkaian RLC seri non-resonansi, di mana reaktansi induktif mendominasi sehingga arus tertinggal terhadap tegangan.

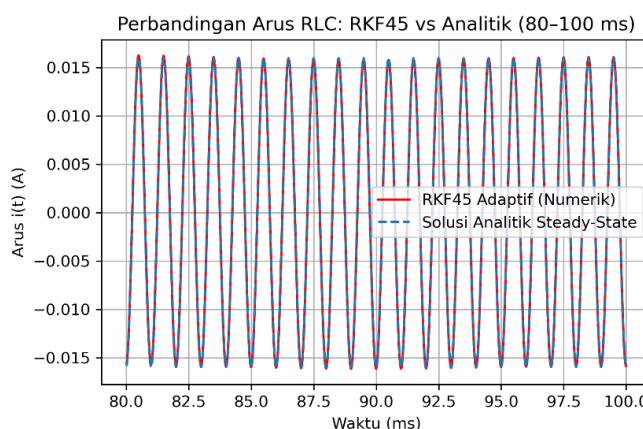


Gambar 3. Respon arus $i(t)$ hasil simulasi RKF45 pada rentang 0–100 ms; sumbu-x: waktu (ms), sumbu-y: arus (A).

Pada keadaan tunak ($t > 80$ ms), hasil numerik dibandingkan dengan solusi analitik yang dihitung melalui pendekatan impedansi rangkaian: sebagai perbandingan dengan solusi analitik, respons keadaan tunak dihitung dari impedansi rangkaian seri, yaitu $X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ dengan $\omega = 2\pi f$, amplitudo arus $|I| = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + X^2}}$, dan sudut fase $\theta = \arctan\left(\frac{X}{R}\right)$. Untuk parameter dasar diperoleh $|I| \approx 0.016$ A dan $\theta \approx 89.1^\circ$, sehingga arus keadaan tunak analitik adalah

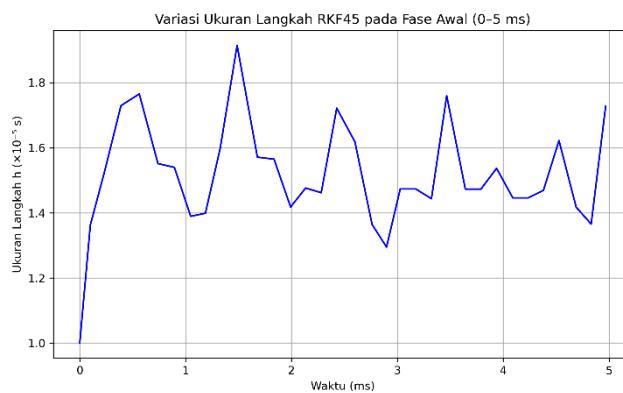
$$i_{ss} = |I| \sin(\omega t - \theta). \quad (6)$$

Perbandingan simulasi numerik dan analitik dievaluasi pada keadaan tunak, $t \in [0.08, 0.10]$ s ditunjukkan pada Gambar 4 di bawah ini. Hasilnya menunjukkan kesesuaian yang sangat baik, diperoleh nilai RMSE $\approx 1.39 \times 10^{-4}$, yang setara dengan galat relatif sekitar 0.87% terhadap amplitudo keadaan tunak ($|I| \approx 0.016$ A). Nilai ini menegaskan bahwa integrasi adaptif RKF45 dengan toleransi 10^{-3} mampu merekonstruksi fase dan amplitudo arus keadaan tunak secara presisi.



Gambar 4. Perbandingan kurva arus $i(t)$ hasil RKF45 (merah) dan solusi analitik keadaan tunak (biru).

Pada metode RKF45 adaptif, ukuran langkah integrasi tidak dibuat tetap, akan ukuran langkah ini akan berubah secara otomatis mengikuti tingkat perubahan sinyal. Gambar 5. menunjukkan bagaimana ukuran langkah (h) menyesuaikan diri terhadap dinamika sistem. Pada fase awal (0–5ms), ketika arus berubah dengan sangat cepat akibat efek transien RLC, algoritma menjaga ukuran langkah langkah pada h_{min} , dengan nilai $h_{min} \approx 3.8 \times 10^{-5}$ s. Ukuran langkah yang kecil ini penting untuk menjaga akurasi ketika gradien sinyal tinggi. Setelah sistem memasuki keadaan tunak, perubahan arus menjadi jauh lebih halus sehingga ukuran langkah kembali membesar mendekati $h_{max} \approx 1.95 \times 10^{-4}$ s. Peningkatan ini membuat proses integrasi lebih efisien tanpa mengurangi ketepatan hasil. Meskipun rentang perubahan ini tidak ekstrem, perilaku adaptif tersebut tetap menunjukkan bahwa RKF45 menyeimbangkan kebutuhan akurasi dan efisiensi secara otomatis.



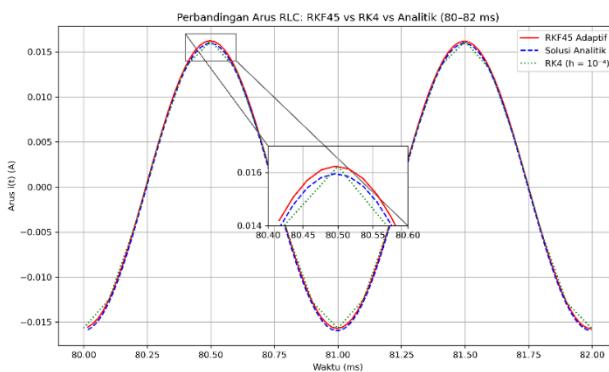
Gambar 5. Variasi ukuran langkah integrasi (h) pada metode RKF45 adaptif pada fase awal (0–5 ms).

3.2. Perbandingan Kinerja RKF45 dan RK4 Berlangkah Tetap

Perbandingan antara metode RKF45 adaptif dan *Runge-Kutta* orde empat (RK4) dengan langkah waktu tetap, dilakukan untuk mengevaluasi efisiensi dan akurasi metode integrasi yang digunakan. Metode RK4 merupakan skema eksplisit berorde empat yang umum digunakan dalam analisis transien rangkaian listrik, namun efektivitasnya sangat bergantung pada pemilihan ukuran langkah waktu h . Pemilihan langkah yang terlalu besar

dapat menyebabkan distorsi amplitudo dan ketidakstabilan fase, sedangkan langkah yang terlalu kecil akan meningkatkan waktu komputasi tanpa peningkatan akurasi yang signifikan. Sebaliknya, metode RKF45 mampu menyesuaikan ukuran langkah secara otomatis berdasarkan estimasi galat lokal, sehingga menawarkan keseimbangan yang lebih baik antara akurasi dan efisiensi. Dalam pengujian ini, metode RK4 dijalankan menggunakan ukuran langkah tetap $h = 1 \times 10^{-4}$ s, yang banyak digunakan untuk sistem dengan frekuensi sumber 1 kHz. Adapun RKF45 dijalankan dengan toleransi kesalahan relatif $rtol = 10^{-4}$ dan toleransi absolut 10^{-6} . Parameter rangkaian yang digunakan ada pada Tabel 1. Simulasi dilakukan pada interval waktu 0 – 0.1 s, dan hasil keduanya dibandingkan terhadap solusi analitik keadaan tunak pada rentang waktu 80–100 ms.

Hasil simulasi menunjukkan bahwa metode RKF45 menghasilkan RMSE yang sangat dekat dengan RK4, bahkan sedikit lebih kecil pada jendela keadaan tunak (80 – 100 ms). Dengan RMSE sebesar 1.387×10^{-4} , metode RKF45 memberikan tingkat akurasi lebih baik dari RK4 yang memiliki RMSE 1.396×10^{-4} . Perbedaan utama muncul pada efisiensi komputasi, dimana RKF45 hanya memerlukan 596 langkah integrasi untuk menyelesaikan simulasi selama $t = 0.1$ s, sedangkan RK4 membutuhkan 1000 langkah untuk memperoleh RMSE yang hampir sama. Artinya, RKF45 mengurangi jumlah langkah integrasi sekitar 40% tanpa mengorbankan presisi solusi. Gambar 6 menampilkan perbedaan antara ketiga hasil yang dilihat pada saat tunak.



Gambar 6. Perbandingan arus RLC antara RKF45 adaptif, RK4 langkah tetap, dan solusi analitik pada interval 80–82 ms. Inset pada puncak gelombang (80.40–80.70 ms, 0.010–0.016 A) memperlihatkan perbedaan antar metode, dengan RKF45 paling mendekati solusi analitik

Pola adaptivitas RKF45 juga memperlihatkan perilaku numerik yang sesuai dengan karakteristik dinamika rangkaian RLC. Pada fase transien awal, ketika gradien arus tinggi dan perubahan sinyal cepat, algoritma otomatis memperkecil ukuran langkah untuk menjaga ketelitian. Setelah sistem memasuki keadaan tunak, ukuran langkah meningkat secara bertahap karena dinamika menjadi lebih halus. Dengan demikian, RKF45 menyesuaikan kebutuhan akurasi dan efisiensi secara otomatis sepanjang proses integrasi.

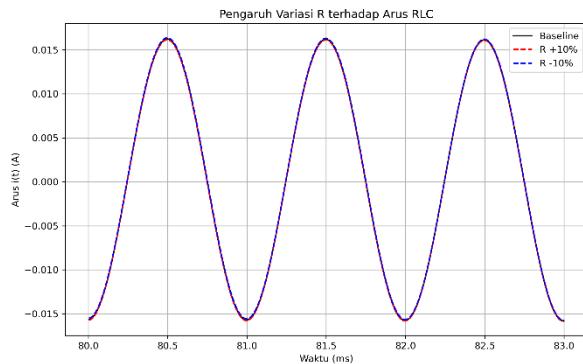
Berdasarkan hasil tersebut, metode RKF45 adaptif memiliki keunggulan simultan dalam hal ketelitian numerik, kestabilan, dan efisiensi komputasi. Hasil ini menunjukkan bahwa RKF45 mampu mencapai akurasi yang setara dengan RK4 tetapi dengan jumlah langkah 40% lebih sedikit. Efisiensi ini sangat penting dalam analisis sensitivitas, karena simulasi harus dijalankan berulang untuk berbagai nilai R , L , dan C . Pengurangan langkah integrasi secara langsung menurunkan waktu komputasi total.

3.3. Analisis Sensitivitas Parameter R , L , dan C

Analisis sensitivitas dilakukan untuk mengukur pengaruh perubahan parameter R , L dan C terhadap respons arus rangkaian RLC. Koefisien sensitivitas ternormalisasi dirumuskan oleh Persamaan (5), yang menyatakan derajat perubahan relatif arus terhadap variasi relatif suatu parameter. Karena turunan $\partial i / \partial p$ tidak dihitung secara analitik, sensitivitas dihitung secara numerik menggunakan pendekatan beda-hingga terpusat (*central finite difference*). Untuk setiap parameter, dilakukan tiga simulasi RKF45 dengan toleransi ketat ($rtol = 10^{-6}$), yaitu simulasi dasar (*baseline*), simulasi dengan parameter dinaikkan 10%, dan simulasi dengan parameter diturunkan 10%. Ketiga hasil ini digunakan untuk mendekati $\partial i / \partial p$ secara numerik sebelum dinormalisasi dengan $p/i(t)$.

Hasil sensitivitas terhadap R memperlihatkan bahwa elemen resistif terutama memengaruhi tingkat redaman arus. Nilai koefisien $S_R(t)$ bernilai negatif pada sebagian besar domain waktu setelah beberapa milidetik awal, yang menunjukkan bahwa peningkatan R menyebabkan amplitudo osilasi meredam lebih cepat. Nilai sensitivitas ekstrem mencapai $|S_R| \approx 6175$ ketika arus mendekati nol, suatu fenomena yang berasal dari faktor normalisasi $1/i(t)$ dan tidak digunakan sebagai dasar interpretasi fisik. Sensitivitas yang bermakna justru muncul pada keadaan tunak, yaitu pada interval 80 – 100 ms. Pada rentang ini, nilai rata-rata sensitivitas adalah $S_R \approx 0.315$, dengan simpangan baku sekitar 16.45. Hasil ini menunjukkan bahwa perubahan R sebesar 1% hanya menghasilkan perubahan arus keadaan tunak sekitar 0.3%, sehingga pengaruh resistor bersifat kecil dan terbatas

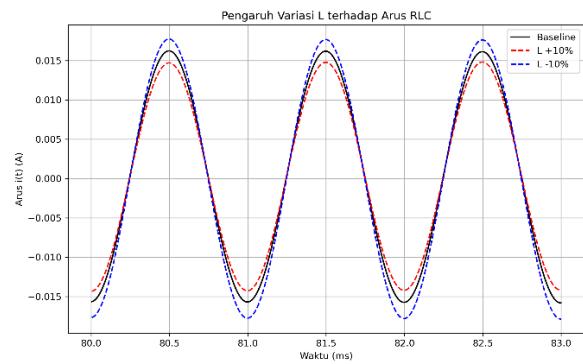
pada aspek redaman. Perbandingan arus pada kondisi $R - 10\%$, R acuan, dan $R + 10\%$ ditunjukkan pada Gambar 7, yang memperlihatkan perbedaan amplitudo tanpa adanya perubahan frekuensi osilasi.



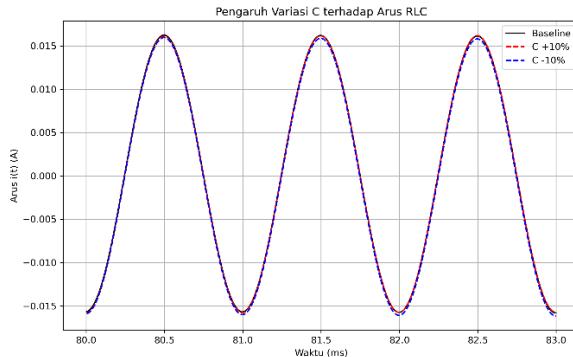
Gambar 7. Respon arus dengan variasi resistor $\pm 10\%$ hanya memengaruhi tingkat redaman tanpa mengubah frekuensi osilasi.

Sensitivitas terhadap L menghasilkan nilai paling dominan di antara ketiga parameter. Koefisien $S_L(t)$ menunjukkan osilasi yang kuat dan periodik, sesuai dengan fungsi L dalam mengatur kecepatan perubahan arus dan frekuensi osilasi. Sama seperti sensitivitas R , nilai ekstrem $S_L(t)$ mencapai $|S_L| \approx 1.1 \times 10^4$ akibat faktor normalisasi pada saat arus mendekati nol, dan tidak digunakan sebagai indikator fisik. Sensitivitas yang relevan dianalisis pada keadaan tunak, dengan nilai rata-rata $S_L \approx -1.1823$ dan simpangan baku sekitar 49.94. Nilai negatif ini menunjukkan bahwa peningkatan L sebesar 1% menghasilkan penurunan amplitudo arus keadaan tunak sekitar 1.18%. Hasil ini menguatkan bahwa induktansi merupakan parameter yang paling menentukan dinamika osilasi rangkaian. Perbandingan arus untuk variasi $L \pm 10\%$ ditunjukkan pada Gambar 8.

Berbeda dari dua parameter sebelumnya, sensitivitas terhadap kapasitor C memiliki pengaruh yang lebih kecil terhadap amplitudo arus namun signifikan terhadap fase dan durasi transien. Koefisien $S_C(t)$ memperlihatkan pola yang halus, dan nilai ekstrem sensitivitas sebesar $|S_C| \approx 1.7 \times 10^4$ kembali dipicu oleh normalisasi terhadap arus yang mendekati nol. Sensitivitas keadaan tunak memberikan nilai rata-rata $S_C \approx -0.622$ dengan simpangan baku sekitar 39.36, yang berarti perubahan C sebesar 1% hanya menghasilkan perubahan arus keadaan tunak sekitar 0.62%. Meski kecil dalam memengaruhi amplitudo, kapasitansi tetap berkontribusi terhadap pergeseran fase, sebagaimana diperlihatkan pada perbandingan arus untuk variasi C yang disajikan dalam Gambar 9.



Gambar 8. Respon arus dengan variasi induktansi $\pm 10\%$ yang menghasilkan pergeseran frekuensi osilasi dan perubahan amplitudo.



Gambar 9. Respon arus dengan variasi kapasitor $\pm 10\%$ yang menghasilkan pergeseran fase tanpa mengubah amplitudo secara signifikan.

Secara keseluruhan, sensitivitas numerik menunjukkan urutan dominasi parameter sebagai berikut:

$$|S_L| \gg |S_C| > |S_R|.$$

Induktansi merupakan parameter yang paling berpengaruh terhadap dinamika osilasi, diikuti oleh kapasitansi, sedangkan pengaruh resistor relatif kecil. Temuan ini konsisten dengan teori dasar rangkaian RLC dan menunjukkan bahwa RKF45 adaptif mampu menangkap perubahan parameter dengan akurasi tinggi, menjadikannya metode yang tepat untuk analisis sensitivitas pada sistem dinamis.

3.4 Pembahasan

Hasil simulasi numerik dan analisis sensitivitas menunjukkan pola yang konsisten antara karakter fisik komponen RLC dan dinamika arus yang dihasilkan. Metode RKF45 terbukti lebih efisien dibandingkan RK4 karena kemampuan adaptifnya dalam menyesuaikan ukuran langkah, terutama pada fase transien awal yang membutuhkan ketelitian tinggi. Performa ini sangat penting dalam studi sensitivitas, karena proses perhitungan $\partial i / \partial p$ sangat sensitif terhadap galat numerik.

Integrasi antara hasil simulasi dan sensitivitas menunjukkan bahwa induktansi (L) merupakan parameter yang paling dominan dalam mengatur respons rangkaian, diikuti oleh kapasitansi, sementara resistansi memiliki dampak yang relatif kecil dan terbatas pada redaman. Temuan ini konsisten dengan teori dasar sistem RLC dan mengindikasikan bahwa perubahan kecil pada L dan C perlu diperhatikan dalam aplikasi yang membutuhkan ketstabilan frekuensi atau fase. Selain itu, penggunaan solver adaptif seperti RKF45 penting untuk memastikan ketelitian perhitungan ketika sistem mengalami perubahan cepat atau berada dalam kondisi dekat-nol yang rentan menghasilkan galat sensitivitas besar.

Secara keseluruhan, hasil penelitian ini menunjukkan bahwa kombinasi antara simulasi numerik berbasis RKF45 dan pendekatan sensitivitas lokal dapat memberikan pemahaman yang komprehensif mengenai pengaruh variasi parameter terhadap kinerja rangkaian RLC. Pendekatan ini layak digunakan pada analisis desain, optimasi komponen pasif, maupun aplikasi rangkaian resonansi yang membutuhkan prediksi dinamika secara presisi.

4. Kesimpulan

Penelitian ini mengevaluasi performa metode numerik RK4 dan RKF45 dalam menyelesaikan persamaan dinamis rangkaian RLC serta menganalisis sensitivitas parameter R , L , dan C terhadap respons arus. Berdasarkan hasil simulasi, metode RKF45 adaptif terbukti lebih efisien dibandingkan RK4 berlangkah tetap, dengan jumlah langkah integrasi yang lebih sedikit namun tetap menghasilkan tingkat akurasi yang sebanding. Kemampuan adaptif RKF45 dalam menyesuaikan ukuran langkah memungkinkan solver mempertahankan akurasi tinggi pada fase transien tanpa meningkatkan beban komputasi secara berlebihan.

Analisis sensitivitas menunjukkan bahwa induktansi memiliki pengaruh paling dominan terhadap dinamika sistem, diikuti oleh kapasitansi dan resistansi. Variasi L memengaruhi frekuensi osilasi secara signifikan, sedangkan variasi C terutama memengaruhi fase dan karakter transien. Resistansi memberikan pengaruh yang relatif kecil dan terbatas pada perubahan tingkat redaman. Urutan dominasi sensitivitas diperoleh sebagai $|S_L| \gg |S_C| > |S_R|$, yang konsisten dengan teori rangkaian RLC.

Secara keseluruhan, penelitian ini menegaskan bahwa RKF45 merupakan metode numerik yang efektif dan akurat untuk simulasi rangkaian dinamis, terutama dalam analisis sensitivitas yang memerlukan ketelitian tinggi. Pendekatan ini dapat digunakan sebagai dasar untuk desain, optimasi, dan evaluasi rangkaian RLC pada berbagai aplikasi teknik di mana perubahan parameter perlu dianalisis secara presisi.

Daftar Rujukan

- [1] I. R. Hassan, G. S. Abed, and A. H. Sabry, "Modeling two loops RLC circuit AC power source using symbolic arithmetic differential equations," *Bull. Electr. Eng. Informatics*, vol. 13, no. 1, pp. 490–498, Feb. 2024, doi: 10.11591/eei.v13i1.5321.
- [2] S. Saad, F. Haddad, and A. Ben Hammadi, "A Compact and Tunable Active Inductor-Based Bandpass Filter with High Dynamic Range for UHF Band Applications," *Sensors*, vol. 25, no. 10, p. 3089, May 2025, doi: 10.3390/s25103089.
- [3] M. Brkić, J. Radić, K. Babković, and M. Damnjanović, "Integrated Precision High-Frequency Signal Conditioner for Variable Impedance Sensors," *Sensors*, vol. 24, no. 20, p. 6501, Oct. 2024, doi: 10.3390/s24206501.
- [4] T. Matsushita, "Transient and Steady Responses of Electric Circuits," in *Electricity*, Cham: Springer Nature Switzerland, 2023, pp. 143–166.
- [5] C. K. Yüksel, T. Vyhlídal, J. Bušek, M. Hromčík, and S.-I. Niculescu, "A spectrum-based filter design for periodic control of systems with time delay," *J. Sound Vib.*, vol. 604, p. 118959, May 2025, doi: 10.1016/j.jsv.2025.118959.
- [6] S. Djelaila, A. A. Tadjeddine, L. Bellal, A. Ouardas, R. I. Bendjillali, and M. S. Bendelhoum, "PID-Based Control Design For RLC Circuits: Investigating Transient Management and Robustness," *J. Dyn. Control*, vol. 9, no. 7, pp. 221–235, Jul. 2025, doi: 10.71058/jodac.v9i7016.
- [7] D. Stapleton, "Ordinary differential equations and recurrence relations," in *Advanced Calculus for Mathematical Modeling in Engineering and Physics*, Elsevier, 2025, pp. 115–316.
- [8] F. Akter, "Linear Differential-Equation Methods for Transient and Steady-State Analysis of Second-Order RLC Series Circuits: A Review," *Sci. Technol. Sci. Soc.*, vol. 2, no. 11, pp. 60–64, Nov. 2025, doi: 10.59324/stss.2025.2(11).05.
- [9] J. Rak and J. Tucek, "Numerical solution of the integro-differential equation of the transient response in the electric circuits: Application of the modified Euler's method and numerical quadrature," 2025, p. 400014, doi: 10.1063/5.0286612.
- [10] J. Kafle, B. K. Thakur, and I. B. Bhandari, "Application of Numerical Methods for the Analysis of Damped Parallel RLC Circuit," *J. Inst. Sci. Technol.*, vol. 26, no. 1, pp. 28–34, Jun. 2021, doi: 10.3126/jist.v26i1.37814.
- [11] Y. Workineh, H. Mekonnen, and B. Belew, "Numerical methods for solving second-order initial value problems of ordinary differential equations with Euler and Runge-Kutta fourth-order methods," *Front. Appl. Math. Stat.*, vol. 10, Feb. 2024, doi: 10.3389/fams.2024.1360628.
- [12] A. G. Shaikh, U. Keerio, W. Shaikh, and A. H. Sheikh, "Numerical higher-order Runge-Kutta methods in transient and damping analysis," *Int. J. Adv. Appl. Sci.*, vol. 9, no. 10, pp. 174–179, Oct. 2022, doi: 10.21833/ijaas.2022.10.020.
- [13] F. Akter, "A Comprehensive Review on Applications of Second-Order Linear Differential Equations to Electrical Circuit Dynamics," *Sci. Technol. Sci. Soc.*, vol. 2, no. 11, pp. 65–70, Nov. 2025, doi: 10.59324/stss.2025.2(11).06.
- [14] E. Hairer, S. P. Nørsett, and G. Wanner, *Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff Problems*, 2nd ed., vol. 8. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1993.
- [15] A. Saltelli, S. Tarantola, F. Campolongo, and M. Ratto, *Sensitivity Analysis in Practice: A Guide to Assessing Scientific Models*. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd, 2004.